Universidad Nacional Abierta y a Distancia

Vicerrectoría Académica y de Investigación

Unidad gestora: Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería ECBTI

Programa: Ciencias Básicas

Curso: Cálculo Diferencial

Código: 100410

Anexo 3 - Ejercicios Tarea 4

A continuación, se presentan los ejercicios asignados para el desarrollo de la Tarea 4 – Derivación y su aplicación en contextos reales.

Debe seleccionar un grupo de ejercicios A, B, C, D, o, E y enunciarlo en el ***foro de discusión de la Tarea 4.***

Ningún miembro del grupo podrá escoger la misma asignación.

Apreciado(a) estudiante:

Recuerde que el verdadero valor de su aprendizaje está en lo que construye con su mente y su esfuerzo. Las herramientas digitales pueden orientarle, pero el pensamiento crítico, la creatividad y la capacidad de resolver problemas son solo suyas.

La red de curso le invita a asumir esta actividad con autonomía y confianza en su potencial. Atrévase a pensar, a intentar, a equivocarse y a mejorar; ese es el camino del verdadero aprendizaje. Si decide utilizar chats generativos, es importante realizarlo con responsabilidad: Cite los referentes de las IA utilizadas, verifique la información y deje siempre visible su propio proceso. Demuestre todo lo que es capaz de lograr con sus propias ideas.

EJERCICIOS 1.

Calcule la derivada de las siguientes funciones aplicando las reglas de derivación (Regla de la cadena y Álgebra de derivadas), luego evaluar en un punto x dado y, finalmente realizar la gráfica y la comprobación mediante GeoGebra. Recuerde que uno de los elementos a evaluar en la actividad es al análisis gráfico a través de esta aplicación.

Tabla 1.

Regla de la cadena para derivada de funciones

Ejercicios	*Funciones Asignadas*	*Evaluar El Valor Indicado*
A	$f(x)=\frac{sen\left[x^2-1\right]}{cos\left[2-x^2\right]}$	$x=0$
B	$f[x]=\frac{sen(\sqrt{x})}{cos(x^2)}$	$x=0$
C	$f[x]=\frac{sen(2x^2+1)}{cos(\sqrt{x})}$	$x=1$
D	$f[x]=\frac{sen(\sqrt[3]{2x})}{cos(x^3)}$	$x=\frac{1}{3}$
E	$f[x]=\frac{sen(x^2+x)}{cos(4x-2)}$	$x=\frac{1}{2}$

Nota. Calcular la derivada de las funciones propuestas aplicando las reglas de derivación. Fuente autor.

EJERCICIOS 2.

Derivada Implícita.

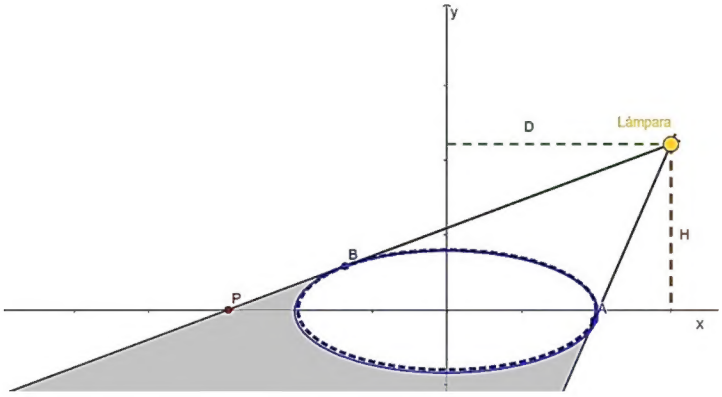
En la Figura 1 se muestra una lámpara colocada a *D* unidades a la derecha del eje y y una sombra creada por la región elíptica que determina la Elipse $E(x,y)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, *con* $a\neq 0, y\ b\neq 0$. Si el punto B$=(x,y)$ pertenece a la elipse.

- ¿Qué tan arriba del eje x está ubicada la lámpara (altura)?
- Determine el punto P en el borde de la sombra sobre el eje x, a partir de la gráfica generada en GeoGebra.

Elipse determinada por la altura de la lámpara

Figura 1.

Elipse determinada por la altura de la lámpara



Nota. Gráfica de referencia de la Elipse $E(x,y)$, la lampara, el Punto B y la distancia D. Fuente autor.

Tabla 2.

Elementos de la Elipse y distancia de la lámpara

Ejercicios	*Elipse* $E(x,y)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	*Punto B de la elipse E*	*Distancia D*
A	$a=15$ $b=8$	$B=\left(-9,\frac{32}{5}\right)$	$D=50$
B	$a=10$ $b=6$	$B=\left(-8,\frac{18}{5}\right)$	$D=25$

C	$a=12$ $b=5$	$B=\left(-\frac{48}{5}, 3\right)$	$D=39$
D	$a=12$ $b=10$	$B=\left(-\frac{36}{5}, 8\right)$	$D=28$
E	$a=8$ $b=5$	$B=\left(-\frac{32}{5}, 3\right)$	$D=26$

Nota. Calcular la altura *H* aproximada de lámpara según la elipse, el punto *B* y la distancia *D* asignada. Fuente autor.

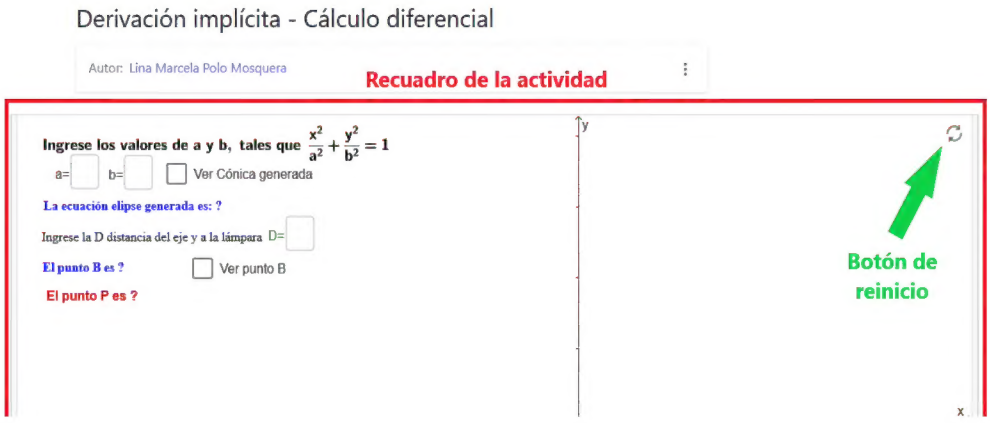
Instructivo para graficar en GeoGebra y comprobar los resultados obtenidos analíticamente.

Se ha preparado un Applet en GeoGebra como apoyo para que cada estudiante genere la ecuación de la elipse, la gráfica que modela la situación para cada uno de los valores de la tabla y el punto P en el borde de la sombra.

- Ingrese a: https://www.geogebra.org/m/ww3kc3zk
- Haga clic sobre el recuadro si aparece en blanco, o, en el botón de reinicio:

Figura 2.

Recuadro de la actividad


Derivación implícita - Cálculo diferencial
Autor: Lina Marcela Polo Mosquera
Recuadro de la actividad
Ingrese los valores de a y b, tales que $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$
a=
b=
Ver Cónica generada
La ecuación elipse generada es: ?
Ingrese la D distancia del eje y a la lámpara D=
El punto B es ?
Ver punto B
El punto P es ?
y
x
Botón de reinicio

Nota. Applet de Geogebra para la realización de la derivada implícita. Fuente autor.

- Teniendo en cuenta el literal escogido, digite los valores de *a* y *b*, luego digite la distancia *D* en los espacios que se indican, automáticamente se genera la imagen que representa la situación, compruebe los resultados obtenidos analíticamente y anexe dicha

imagen al desarrollo del ejercicio. (En el recurso la fracción del punto B aparece como decimal)

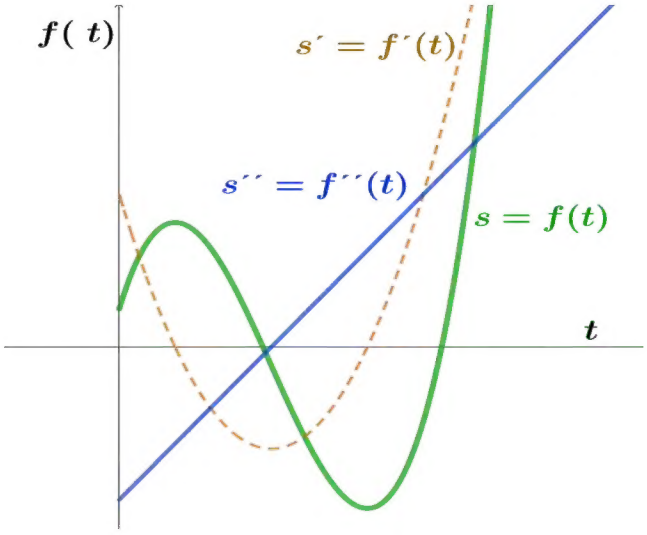
EJERCICIOS 3.

Calcule las siguientes derivadas de orden superior.

La función de posición de una partícula está dada por $s=f(t)$, $t\geq 0$, donde t se mide en segundos y s en pies.

Figura 3.

Gráfica de la posición de una partícula



Nota. Gráfica de referencia de las funciones: $s=f(t)$, $f(t)$ y $f'(t)$. Fuente autor.

Según la $s=f(t)$ asignada en la Tabla 3 y luego de realizar un análisis (ver Figura 3) de las gráficas de $f(t)$, $f(t)$ y $f'(t)$, determine:

a. Graficar en GeoGebra las tres funciones.
b. La velocidad y la aceleración en el tiempo t.
c. ¿Cuándo está en reposo la partícula?
d. ¿Cuándo se mueve hacia adelante (es decir, en dirección positiva)?
e. ¿Cuándo la velocidad y la aceleración tienen el mismo signo? (es decir (es decir, cuando el movimiento del cuerpo se acelera).

Tabla 3.

Funciones que determinan la posición de una partícula

Ejercicios	*Funciones Asignadas*
A	$f(t)=\frac{1}{4}t^3-3t^2+8t+2$
B	$f(t)=\frac{2}{5}t^3-4t^2+6t-1$
C	$f(t)=\frac{3}{8}t^3-5t^2+9t+4$
D	$f(t)=\frac{5}{6}t^3-6t^2+6t-2$
E	$f(t)=\frac{4}{7}t^3-6t^2+10t+1$

Nota. Calcular las derivadas de orden superior para cada función. Fuente autor.

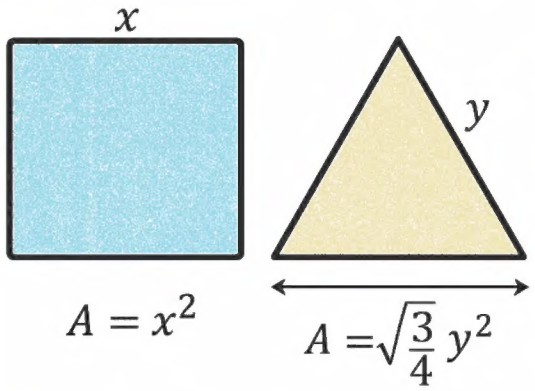
EJERCICIOS 4.

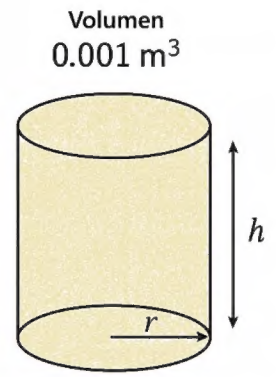
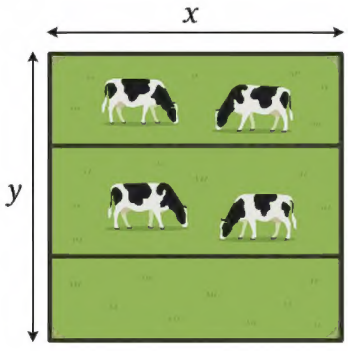
A continuación, se presentan el enunciado que deberá resolver y sustentar por medio de video, representando la función y su respuesta en GeoGebra.

Ejercicios de aplicación

Tabla 4.

Ejercicios de aplicación

Ejercicio	*Enunciados*
A	Un ingeniero tiene un cable de 9.6 metros de largo que desea dividir en dos segmentos (p_1 y p_2). Uno de los segmentos se utilizará para la fabricación de una estructura cuadrada *(p_1)*, mientras que el otro se empleará para crear una estructura triangular equilátera (p_2) (Figura 4). La tarea consiste en determinar de qué manera debe dividirse el cable para minimizar el área total cerrada por ambas estructuras, este ejercicio refleja un problema real en la ingeniería, donde se busca optimizar el uso de materiales para diseñar estructuras que requieran cerramientos de área específica. **Figura 4.** *Fabricación de las estructuras.*  *Nota.* Construcción de las estructuras cuadrada y triangular. Fuente (ChatGpt OpenAI 2025).
B	En una empresa dedicada al envasado de productos líquidos, se requiere diseñar un envase cilíndrico que permita optimizar el uso de material en su fabricación si su volumen debe ser de 0.001 m^3. El cilindro consta de dos bases circulares (superior e inferior) y una superficie lateral curva, como se muestra en la Figura 5. Para garantizar eficiencia en el consumo de materia

	prima (por ejemplo, lámina metálica o plástico termoformado), es necesario determinar el área total mínima del material requerido para fabricar el envase. ¿Cuál es el valor mínimo de dicha área? **Figura 5.** *Cilindro y sus partes.*  *Nota.* Cilindro de radio ***r*** y altura ***h***. Fuente (ChatGpt OpenAI 2025). La superficie total del cilindro incluye: • Dos bases circulares de radio πr^2. • Una superficie lateral que, al desplegarse, forma un rectángulo de altura h y base $2\pi r$, cuya área es $2\pi rh$.
C	Un terreno rectangular ha de cercarse en tres porciones iguales al dividir cercas paralelas a dos lados. (Vea la Figura 6). Si el área a encerrar es de 4 000 m^2, encuentre las dimensiones de terreno que requiere la cantidad mínima de cerca. **Figura 6.** *Terreno que será cercado*  *Nota.* Terreno rectangular que será cercado. Fuente (ChatGpt OpenAI 2025).

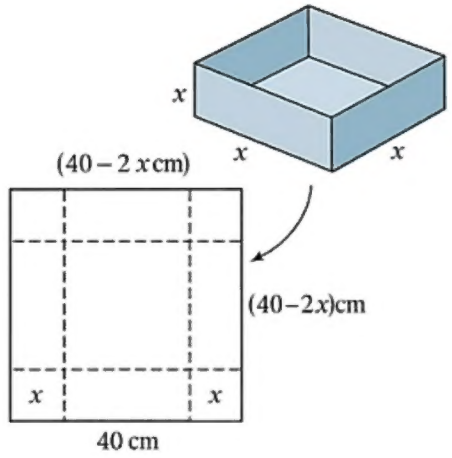
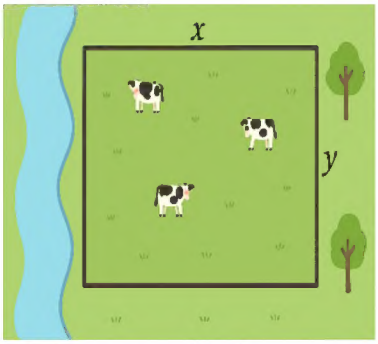
D	Se producirá una caja, abierta por la parte superior, de una pieza cuadrada de cartón cortando un cuadrado de cada esquina y doblando los lados. En la Figura 7, los cuadrados blancos se han cortado y el cartón se ha doblado a lo largo de las líneas discontinuas. Dado que la pieza de cartón mide 40 cm por lado, encuentre las dimensiones de la caja con que se obtiene el volumen máximo. ¿Cuál es el volumen máximo? **Figura 7.** *Caja abierta*  *Nota.* Caja abierta. Fuente (ChatGpt OpenAI 2025).
E	En el diseño de un sistema de cerramiento para delimitar un terreno agrícola colindante con un río (Figura 8), se requiere construir una cerca en forma de rectángulo utilizando únicamente tres lados: dos perpendiculares al río (x) y uno paralelo (y), tal como se muestra en la figura. El lado adyacente al río no requiere cerca, ya que el agua actúa como barrera natural. Denotando por x la longitud de los lados perpendiculares al río y por y la longitud del lado paralelo, se busca determinar las dimensiones óptimas que maximicen el área encerrada A, dadas restricciones de longitud total de cerca disponible la cual es de 360 metros, este es el perímetro de cerca que se va a usar.

	Figura 8. *Ubicación de la zona a cercar.*  *Nota.* Construcción de la cerca, donde ***y*** es paralela a la dirección del río. Fuente (ChatGpt OpenAI 2025).

Nota. Ejercicios de aplicación de Derivada. Fuente autor.

EJERCICIO 5.

Participar en una conferencia indicada en la red de curso, relacionada con aplicaciones de las matemáticas en diferentes disciplinas. Dejar evidencia de su participación de forma presencial, sincrónica o asincrónica mediante el diseño de **una infografía** cuya información deberá estar plasmada de manera clara y visualmente atractiva en idioma inglés.

Para la realización de la infografía pueden implementar herramientas en línea como Canva, o Genially, así como alguna otra de su preferencia. Los elementos que debe contener son los siguientes:

a. **Título**: Nombre el tema principal de la conferencia.
b. **Introducción o breve contexto**: Realizar una pequeña descripción que sitúe al lector en el tema de la ponencia.
c. **Cuerpo de contenido**: Desarrollar los datos e información relevante de la conferencia, divididos en secciones o bloques temáticos para facilitar la comprensión.

d. **Datos visuales**: Ubicar gráficos, fotos, u otros elementos que permitan visualizar el desarrollo de la conferencia.

e. **Conclusión**: Resumen de la información clave del tema tratado.

f. **Fuentes**: Mencionar las fuentes de información utilizadas como el enlace de la grabación, así como el nombre del conferencista.

g. **Créditos: Datos del estudiante diseñador de la infografía.**

h. **Toda la información plasmada deberá ser realizada en inglés**.

La infografía se debe ubicar en el mismo **Anexo 3 – Ejercicios Tarea 4** de los ejercicios al finalizar, o en su defecto, ubicar el enlace que deberá llevar a la visualización del recurso.

La conferencia se indicará durante el desarrollo del periodo a través de la mensajería del campus y en el foro de noticias del curso se publicará la invitación y el enlace que contiene la grabación de este. Esta conferencia puede ser en el marco de un congreso, workshop o cualquier tipo de charla o evento académico, según se indique desde la red de curso.